**المحاضرة الخامسة**

**ثالثا:- التوزيع التكراري**

**التوزيع التكراري:-** هو تبويب أو توزيع وحدات معينة في فئات القيم الخاصة بظاهرة معينة تكون موضوع الدراسة.

ويكون التوزيع التكراري أما في صورة درجات مفردة أو على هيئة فئات ، وهو عبارة عن جداول مرتبة بشكل تصاعدي أو تنازلي تقسم إلى أصناف بحسب صفات مميزة ويسمى كل قسم أو صنف بالفئة ، ويسمى هذا التوزيع بالتوزيع التكراري ، والفئات أما متساوية وهو الشائع في الاستخدام لكونها تسهل العمل الإحصائي أو فئات غير متساوية .

أن لكل فئة بداية تسمى بالحد الأدنى ونهاية تسمى بالحد الأعلى ، والقيمة الواقعة عند منتصف الفئة تسمى **مركز الفئة**.

**إما** **تكرار الفئة** **:-** هو عدد المفردات أو القيم التي تقع في مدى تلك الفئة ويجب أن يكون مجموع التكرارات للفئات دائما مساويا للعدد الكلي لقيم الظاهرة ، وتوجد علاقة عكسية بين طول الفئة وعدد الفئات أي كلما اتسعت الفئة قل عدد الفئات والعكس صحيح.

**الفئات:-** هي المجاميع التي قسمت أليها قيم المتغير وكل فئة تأخذ مدى معين من قيم المتغير.

**مثال/** تم اختبار (50 طالبا ) لقياس مطاولة قوة عضلات الذراعين (الضغط على المتوازيين) وكانت النتائج كالأتي :-

15 6 8 17 9 12 7 13

19 8 17 16 11 17 15

5 12 15 17 14 9 21

صفر 11 6 5 2 10 19

19 13 10 14 18 11 8

12 16 20 6 3 صفر 11

14 10 18 9 15 17 6

م / مثل هذه البيانات في جدول تكراري مفرد .

الحل/

 أولا: ترتيب الأعداد تصاعديا أو تنازليا.

صفر 5 7 9 11 12 14 15 17 19

صفر 6 8 9 11 12 14 16 17 19

2 6 8 10 11 13 15 16 17 19

3 6 8 10 11 13 15 17 18 20

5 6 9 10 12 14 15 17 18 21

 ثانيا:- بعد ترتيب القيم تصاعديا نضع هذه القيم في جدول تكراري يحتوي على عمودين الأول للقيم والثاني للتكرارات.

|  |  |
| --- | --- |
| القيم | التكرارات |
| صفر | 2 |
| 2 | 1 |
| 3 | 1 |
| 5 | 2 |
| 6 | 4 |
| 7 | 1 |
| 8 | 3 |
| 9 | 3 |
| 10 | 3 |
| 11 | 4 |
| 12 | 3 |
| 13 | 2 |
| 14 | 3 |
| 15 | 4 |
| 16 | 2 |
| 17 | 5 |
| 18 | 2 |
| 19 | 3 |
| 20 | 1 |
| 21 | 1 |
| المجموع | 50 |

وللتأكد من صحة الحل يجب أن يكون عدد التكرارات مساويا لأفراد العينة أي الطلبة المختبرين والبالغ عددهم (50 طالبا ) ، ونلاحظ في الجدول آن مجموع التكرارات (يساوي 50) وهذا يدل على صحة الحل.

**الجداول التكرارية ذات الفئات** :-

لعمل جدول تكراري ذو فئات علينا إتباع الأتي :-

نفرض طول الفئة :- إن طول الفئة يحددها البيانات أو القيم المعطاة في السؤال فإذا كانت القيم كثيرة فيجب علينا أن نفرض طول فئة مناسب لهذه البيانات أي أن طول الفئة يجب أن يكون كبير وبالعكس مع مراعاة أن تكون عدد الفئات تتراوح ما بين (5 - 15) فئة.

وإذا عدنا إلى المثال السابق لوضع هذا الجدول في جدول تكراري ذو فئات وفرضنا طول الفئة (3) , فعلينا أن نوحد جميع الفئات أي انه يجب أن تكون جميع أطوال الفئات (3) ابتدائنا من اقل قيمة معطاة في السؤال .

|  |  |
| --- | --- |
| الفئات | التكرار |
| صفر-2 | 3 |
| 3-5 | 3 |
| 6-8 | 8 |
| 9-11 | 10 |
| 12-14 | 8 |
| 15-17 | 11 |
| 18-20 | 6 |
| 21-23 | 1 |
| المجموع | 50 |

أما أذا فرضنا طول الفئة (4) فان الحل يكون كالأتي :-

|  |  |
| --- | --- |
| الفئات | التكرار |
| صفر-3 | 4 |
| 4-7 | 7 |
| 8-11 | 13 |
| 12-15 | 12 |
| 16-19 | 12 |
| 20-23 | 2 |
| المجموع | 50 |

أما أذا فرضنا طول الفئة (5) فان الحل يكون كالأتي :-

|  |  |
| --- | --- |
| الفئات | التكرار |
| صفر-4 | 4 |
| 5-9 | 13 |
| 10-14 | 15 |
| 15-19 | 16 |
| 20-24 | 2 |
| المجموع | 50 |

**مركز الفئة:-** هو قيمة رقمية يمكن إيجادها من خلال جمع الحد الأدنى للفئة مع الحد الأعلى لنفس الفئة مقسوما على (2).

**مركز الفئة** = $\frac{نفسها للفئة الاعلى الحد+للفئة الادنى الحد}{2}$

وإذا ما عدنا إلى المثال الأول لاستخراج مركز الفئة فان الحل يكون كالأتي :-

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| الفئات | التكرار | مركز الفئة |
| صفر-2 | 3 | 1 |
| 3-5 | 3 | 4 |
| 6-8 | 8 | 7 |
| 9-11 | 10 | 10 |
| 12-14 | 8 | 13 |
| 15-17 | 11 | 16 |
| 18-20 | 6 | 19 |
| 21-23 | 1 | 22 |
| المجموع | 50 |  |

**جدول التوزيع التكراري النسبي والمئوي:-**

هو جدول بين الأهمية النسبية والمئوية لكل فئة:-

ويمكن إيجاد التكرار النسبي والمئوي لأي فئة من خلال القوانين الآتية :-

**التكرار النسبي** **للفئة** = $\frac{الفئة تلك تكرار}{للتكرارات الكلي المجموع }$

**التكرار المئوي للفئة = التكرار النسبي للفئة ×100**

وإذا ما عدنا إلى المثال السابق لاستخراج التكرار النسبي والمئوي فان الحل سيكون كالأتي :-

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| الفئات | التكرار | التكرار النسبي | التكرار المئوي |
| صفر-2 | 3 | 3/50=0,06 | 0،06×100=6 |
| 3-5 | 3 | 3 /50=0,06 | 0،06×100=6 |
| 6-8 | 8 | 8 /50= 0.16 | 0،16×100=16 |
| 9-11 | 10 | 10 /50= 0,20 | 0،20×100=20 |
| 12-14 | 8 | 8/50= 0,16 | 0،16×100=16 |
| 15-17 | 11 | 11 /50= 0,22 | 0،22×100=22 |
| 18-20 | 6 | 6 /50= 0,12 | 0،12×100=12 |
| 21-23 | 1 | 1 /50= 0,02 | 0،02×100=2 |
| المجموع | 50 | 1،00 | 100 |

**ملاحظة:-** يجب أن يكون مجموع التكرار النسبي(1) ، ومجموع التكرار المئوي (100) .

**جداول التوزيعات التكرارية المتجمعة:-**

أن جدول التوزيع التكراري العادي يبين قيم المتغير على الفئات المختلفة . ولكن في بعض الأحيان قد يكون هناك حاجة إلى معرفة عدد القيم أو المفردات التي تقل أو تزيد عن قيمة معينة . والجداول التي تحتوي على مثل هذه المعلومات تدعى بالجداول التكرارية المتجمعة . والتكرار المتجمع قد يكون صاعدا ويسمى (التكرار المتجمع الصاعد) أو نازلا فيسمى (التكرار المتجمع النازل).

**- كيفية أيجاد التكرار المتجمع الصاعد :-**

1 – يجب أن يكون التكرار المتجمع الصاعد للقيمة أو الفئة الأولى مساويا لتكرارها الأصلي ( أي بإضافة (صفر) إلى تكرار الفئة الأولى ) .

2 – يجمع التكرار المتجمع الصاعد للقيمة أو الفئة الأولى مع تكرار الفئة الثانية لإيجاد التكرار المتجمع الصاعد للقيمة أو الفئة الثانية وهكذا لجميع القيم أو الفئات .

3 - يجب أن يكون التكرار المتجمع الصاعد للقيمة أو الفئة الأخيرة مساويا للتكرار الكلي للقيم أو الفئات .

**مثال/** قام مدرب باختبار ثني ومد الذراعين لستة لاعبين خلال عشرة ثواني وحصلوا على التكرارات الأتي:-

|  |  |
| --- | --- |
| اللاعب | التكرار |
| الأول | 6 |
| الثاني | 7 |
| الثالث | 6 |
| الرابع | 5 |
| الخامس | 6 |
| السادس | 7 |
| المجموع | 37 |

**م/** جد التكرار المتجمع الصاعد

الحل /

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| اللاعب | التكرار | التكرار المتجمع الصاعد |
| الأول | 6 | 6+صفر=6 |
| الثاني | 7 | 6+7=13 |
| الثالث | 6 | 13+6=19 |
| الرابع | 5 | 19+5=24 |
| الخامس | 6 | 24+6=30 |
| السادس | 7 | 30+7=37 |
| المجموع | 37 |  |

**مثال/** جد التكرار المتجمع الصاعد للفئات الآتية:-

|  |  |
| --- | --- |
| الفئات | التكرار |
| 1-3 | 4 |
| 4-6 | 5 |
| 7-9 | 10 |
| 10-12 | 11 |
| 13-15 | 3 |
| 16-18 | 2 |
| المجموع | 35 |

**الحل/**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| الفئات | التكرار | التكرار المتجمع الصاعد |
| 1-3 | 4 | 4 |
| 4-6 | 5 | 9 |
| 7-9 | 10 | 19 |
| 10-12 | 11 | 30 |
| 13-15 | 3 | 33 |
| 16-18 | 2 | 35 |
| المجموع | 35 |  |

**- كيفية أيجاد التكرار المتجمع النازل :-**

1 – يجب أن يكون التكرار المتجمع النازل للقيمة أو الفئة الأولى مساويا للتكرار الكلي للقيم أو الفئات .

2 – يجب أن يكون التكرار المتجمع النازل للقيمة أو الفئة الأخيرة مساويا للتكرار الأصلي للقيمة أو الفئة .

3 - يجمع التكرار المتجمع النازل للقيمة أو الفئة الأخيرة مع تكرار القيمة أو الفئة قبل الأخيرة لإيجاد التكرار المتجمع النازل للقيمة أو الفئة قبل الأخيرة وهكذا لجميع القيم أو الفئات.

4 – أن جدول التكرار المتجمع النازل هو جدول مقلوب التكرار المتجمع الصاعد .

**وإذا ما عدنا إلى المثال الأول فان التكرار المتجمع النازل يكون كالأتي:-**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| اللاعب | التكرار | التكرار المتجمع النازل |
| الأول | 6 | 37 |
| الثاني | 7 | 31 |
| الثالث | 6 | 24 |
| الرابع | 5 | 18 |
| الخامس | 6 | 13 |
| السادس | 7 | 7 |
| المجموع | 37 |  |

**أما في المثال الثاني (الفئات) فان التكرار المتجمع النازل يكون كالأتي :-**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| الفئات | التكرار | التكرار المتجمع النازل |
| 1-3 | 4 | 35 |
| 4-6 | 5 | 31 |
| 7-9 | 10 | 26 |
| 10-12 | 11 | 16 |
| 13-15 | 3 | 5 |
| 16-18 | 2 | 2 |
| المجموع | 35 |  |

**مثال/** جد التكرار المتجمع الصاعد والتكرار المتجمع النازل للفئات الاتية:-

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| الفئات | التكرار | التكرار المتجمع الصاعد | التكرار المتجمع النازل |
| 13-15 | 9 | 9 | 44 |
| 16-18 | 8 | 17 | 35 |
| 19-21 | 4 | 21 | 27 |
| 22-24 | 3 | 24 | 23 |
| 25-27 | 2 | 26 | 20 |
| 28-30 | 4 | 30 | 18 |
| 31-33 | 5 | 35 | 14 |
| 34-36 | 6 | 41 | 9 |
| 37-39 | 3 | 44 | 3 |
| المجموع | 44 |  |  |